

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие к третьему изданию	8
Предисловие ко второму изданию	9
Из предисловия к первому изданию	10
Введение	11

ГЛАВА ПЕРВАЯ

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ИНТЕГРАЛОВ ТИПА КОШИ

I. Некоторые определения и вспомогательные предложения

§ 1. Гладкие и кусочно-гладкие линии	13
§ 2. Некоторые свойства гладких линий	16
§ 3. Условие H (условие Гельдера)	18
§ 4. Функции класса H на гладкой линии	19
§ 5. Простейшие признаки принадлежности классу H функций, заданных на гладких линиях	21
§ 6. Продолжение	24
§ 7. Продолжение	27
§ 8. Функции классов H , H_0 , H^* , H_ε^* , заданные на кусочно-гладких линиях	31
§ 9. О граничных значениях непрерывных функций	33
§ 10. Кусочно-голоморфные функции	36

II. Интегралы типа Коши

§ 11. Определение интеграла типа Коши	38
§ 12. Связь с логарифмическим потенциалом	40
§ 13. Значение интеграла типа Коши на линии интегрирования	42
§ 14. Касательная производная потенциала простого слоя	47
§ 15. Граничные значения интеграла типа Коши	50
§ 16. Формулы Сохоцкого — Племеля	55
§ 17. Обобщение формулы для разности граничных значений	56
§ 18. Характер непрерывности граничных значений	58
§ 19. Об интегралах типа Коши по бесконечной прямой	63
§ 20. О поведении производной интеграла типа Коши вблизи линии интегрирования	69
§ 21. О поведении интеграла типа Коши вблизи линии интегрирования	71
§ 22. О поведении интеграла типа Коши вблизи концов линии интегрирования	73
§ 23. Продолжение. Некоторые вспомогательные оценки	78
§ 24. Продолжение. Доказательство предложения II	81
§ 25. Продолжение. Доказательство предложений IV и VI	82
§ 26. О поведении интеграла типа Коши вблизи узлов кусочно-гладкой линии интегрирования	88
§ 27. Краткие сведения относительно некоторых обобщений	97

III. Некоторые непосредственные приложения

§ 28. Формула перестановки Пуанкаре — Бертрана	100
§ 29. Условие аналитической распространяемости функции, заданной на совокупности замкнутых контуров	107
§ 30. Обобщенная теорема Гарнака	111
§ 31. Определение кусочно-голоморфной функции по заданному скачку	112
§ 32. Обращение интеграла типа Коши в случае замкнутых контуров	115
§ 33. Формулы обращения Гильберта	117

ГЛАВА ВТОРАЯ

ЗАДАЧА СОПРЯЖЕНИЯ И СИНГУЛЯРНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В СЛУЧАЕ ГЛАДКИХ ЗАМКНУТЫХ КОНТУРОВ И НЕПРЕРЫВНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

I. Задача сопряжения в случае гладких замкнутых контуров и непрерывного коэффициента

§ 34. Однородная задача сопряжения	122
§ 35. Решение однородной задачи сопряжения	123
§ 36. Союзные однородные задачи сопряжения	133
§ 37. Неоднородная задача сопряжения	133
§ 38. Задача сопряжения для случая, когда граничная линия — прямая	136

II. Задача Римана — Гильберта

§ 39. О распространении на всю плоскость аналитических функций, заданных на круге или на полуплоскости	140
§ 40. Задача Римана — Гильберта	144
§ 41. Решение задачи Римана — Гильберта для круга	145
§ 42. Задача Римана — Гильберта для полуплоскости	151
§ 43. Приведение общего случая к случаю круговой области	155

III. Сингулярные интегральные уравнения в случае гладких замкнутых контуров и непрерывных коэффициентов

§ 44. Сингулярные операторы и сингулярные уравнения	156
§ 45. Основные свойства сингулярных операторов	160
§ 46. Союзные операторы и союзные уравнения	164
§ 47. Решение характеристического уравнения	166
§ 48. Решение уравнения, союзного с характеристическим	169
§ 49. Некоторые замечания общего характера	171
§ 50. О регуляризации сингулярного интегрального уравнения	174
§ 51. О характере непрерывности решений уравнения Фредгольма	175
§ 52. О резольвенте уравнения Фредгольма	178
§ 53. Основные теоремы	181
§ 54. Случай действительного уравнения	187
§ 55. Теорема эквивалентности И. Н. Векуа и новое доказательство основных теорем	189
§ 56. Составление сингулярного уравнения с фредгольмовым. Квазифредгольмово сингулярное уравнение. Приведение к каноническому виду	191
§ 57. Метод регуляризации Т. Карлемана — И. Н. Векуа	194
§ 58. Введение параметра λ	196
§ 59. Краткие указания относительно некоторых других результатов	198

ГЛАВА ТРЕТЬЯ

ПРИЛОЖЕНИЯ К НЕКОТОРЫМ ГРАНИЧНЫМ ЗАДАЧАМ

I. Задача Дирихле

§ 60. Постановка задачи Дирихле и видоизменной задачи Дирихле. Теоремы единственности	201
§ 61. Решение видоизменной задачи Дирихле при помощи потенциала двойного слоя	204
§ 62. Некоторые следствия	208
§ 63. Решение задачи Дирихле	209
§ 64. Решение видоизменной задачи Дирихле видоизмененным потенциалом простого слоя	211
§ 65. Решение задачи Дирихле потенциалом простого слоя. Основная задача электростатики	214

II. Различные представления голоморфных функций интегралами типа Коши и аналогичными

§ 66.	Общие замечания	220
§ 67.	Представление интегралом типа Коши с действительной или чисто мнимой плотностью	224
§ 68.	Представление интегралом типа Коши с плотностью вида $(a + ib)\mu$	223
§ 69.	Интегральное представление И. Н. Векуа	224

III. Решение обобщенной задачи Римана — Гильберта—Пуанкаре

§ 70.	Предварительные замечания	232
§ 71.	Обобщенная задача Римана — Гильберта — Пуанкаре (задача V). Приведение к интегральному уравнению	233
§ 72.	Исследование вопроса о разрешимости задачи V	236
§ 73.	Признаки разрешимости задачи V	241
§ 74.	Задача Пуанкаре (задача P)	243
§ 75.	Примеры	246
§ 76.	Некоторые обобщения и приложения	249

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

ЗАДАЧА СОПРЯЖЕНИЯ В ОБЩЕМ СЛУЧАЕ. НЕКОТОРЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

I. Задача сопряжения в общем случае

§ 77.	Термины и обозначения	253
§ 78.	Однородная задача сопряжения в общем случае	254
§ 79.	Союзные однородные задачи сопряжения. Союзные классы	259
§ 80.	Неоднородная задача сопряжения в общем случае	260
§ 81.	О некоторых работах, связанных с задачей сопряжения	263
§ 82.	Понятие класса h функций, заданных на L . Некоторые обобщения	266
§ 83.	Важнейшие частные случаи. Случай бесконечной прямолинейной границы	267
§ 84.	Один прием, облегчающий построение канонических функций	274

II. Задача обращения интегралов типа Коши в общем случае

§ 85.	Решение задачи $\Phi^+ + \Phi^- = g$ в случае прерывистой гладкой граничной линии	276
§ 86.	Обращение интеграла типа Коши в случае гладкой прерывистой линии интегрирования	279
§ 87.	Некоторые видоизменения задачи обращения в случае гладкой прерывистой линии интегрирования	281
§ 88.	Продолжение	285
§ 89.	Решение задачи $\Phi^+ + \Phi^- = g$ в общем случае	287
§ 90.	Обращение интеграла типа Коши в общем случае	291

III. Эффективное решение основных граничных задач теории гармонических функций для некоторых областей

§ 91.	Задача Дирихле и аналогичные для плоскости со щелями, расположенными вдоль прямой	293
§ 92.	Задача Дирихле и аналогичные для плоскости со щелями, расположенными вдоль окружности	302
§ 93.	Задача Римана — Гильберта при разрывных коэффициентах	302
§ 94.	Частный случай: смешанная задача теории голоморфных функций	308
§ 95.	Смешанная задача для полуплоскости. Формулы М. В. Келдыша и Л. И. Седова	311

ГЛАВА ПЯТАЯ

СИНГУЛЯРНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ОБЩЕМ СЛУЧАЕ.
НЕКОТОРЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

I. Сингулярные интегральные уравнения в общем случае

§ 96. Определения, обозначения и термины	315
§ 97. Решение характеристического уравнения	318
§ 98. Решение уравнения, союзного с характеристическим	321
§ 99. Регуляризация сингулярного уравнения $K\phi = f$	324
§ 100. Регуляризация сингулярного уравнения $K'\psi = g$	326
§ 101. Исследование уравнений, полученных в результате регуляризации	327
§ 102. Решение уравнений $K\phi = f$ и $K'\psi = g$. Основные теоремы	334
§ 103. Важнейшие частные случаи	340
§ 104. Приложение к характеристическому уравнению первого рода	343
§ 105. Регуляризация и решение уравнения первого рода	344
§ 106. О другом способе исследования сингулярных уравнений	346

II. Приложение к задаче Дирихле и аналогичным задачам

§ 107. Задача Дирихле и аналогичные для плоскости, разрезанной вдоль дуги произвольной формы	347
§ 108. Приведение к уравнению Фредгольма. Примеры	352
§ 109. Задача Дирихле для плоскости, разрезанной вдоль конечного числа дуг произвольной формы	356

III. Сингулярные интегральные уравнения, содержащие комплексно сопряженные неизвестные

§ 110. О системе уравнений Фредгольма	359
§ 111. Об одном интегральном уравнении типа Фредгольма	364
§ 112. Сингулярное интегральное уравнение, содержащее вместе с неизвестной функцией и ее сопряженную вне характеристической части	373

IV. Приложение к некоторым смешанным задачам теории упругости

§ 113. Решение основной смешанной задачи плоской теории упругости	380
§ 114. Решение одной основной смешанной задачи изгиба пластинки	389
§ 115. Некоторые оценки	397

V. Краткие сведения относительно некоторых других результатов

§ 116. О расширении классов допустимых функций	402
§ 117. О некоторых сингулярных интегро-дифференциальных уравнениях	406

ГЛАВА ШЕСТАЯ

СИСТЕМЫ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ
И ЗАДАЧА СОПРЯЖЕНИЯ ДЛЯ НЕСКОЛЬКИХ НЕИЗВЕСТНЫХ ФУНКЦИЙ

I. Системы сингулярных интегральных уравнений

§ 118. Некоторые обозначения и термины	410
§ 119. Основные определения и вспомогательные предложения	411
§ 120. Регуляризация системы сингулярных уравнений. Основные теоремы	414

II. Задача сопряжения для нескольких неизвестных функций

§ 121. Вспомогательные предложения	416
§ 122. Однородная задача сопряжения	417
§ 123. Приведение к системе сингулярных уравнений	419
§ 124. Некоторые свойства решений однородной задачи сопряжения	420

§ 125. Фундаментальная система решений	422
§ 126. Нормальная и каноническая система решений	424
§ 127. Индексы однородной задачи сопряжения	428
§ 128. Общее решение однородной задачи сопряжения	430
§ 129. Некоторые дополнительные замечания относительно решения однородной задачи сопряжения	431
§ 130. Связь между каноническими системами. Инвариантность частных индексов	434
§ 131. Союзные однородные задачи сопряжения	436
§ 132. Неоднородная задача сопряжения	439
§ 133. О решении задачи сопряжения методом последовательных приближений	442

III. Приложение к исследованию систем сингулярных интегральных уравнений

§ 134. Приложение к исследованию характеристической системы сингулярных интегральных уравнений	446
§ 135. Исследование системы, союзной с характеристической	449
§ 136. О применении решения задачи сопряжения к регуляризации систем сингулярных уравнений	452
§ 137. Краткие указания относительно некоторых обобщений и приложений	452
§ 138. Краткие сведения о некоторых результатах по теории многомерных сингулярных интегральных уравнений	455
Д о б а в л е н и е I. О гладких и кусочно-гладких линиях	457
Д о б а в л е н и е II. О поведении интеграла типа Коши вблизи угловых точек	460
Д о б а в л е н и е III. К задаче об определении кусочно-голоморфной функции по заданному скачку	464
Д о б а в л е н и е IV. Одно элементарное предложение относительно биортогональных систем функций	467
Д о б а в л е н и е V. О граничных задачах сопряжения со смещением	470
Д о б а в л е н и е VI. Б. Боярский. Прямой подход к теории систем сингулярных интегральных уравнений	478

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

А. Русский алфавит	489
В. Латинский алфавит	506